



**Concursul Fractal, Secțiunea  
Seniori  
a III-a Ediție din 19.01.2025**

---

**Problema 1.** Pe o tablă sunt scrise numerele 1 și 2. La orice operație, Viorel poate schimba numerele de pe tablă  $a$  și  $b$  în  $a - b$  și  $a + b$ . Poate oare Viorel ajunge la numerele  $2024 \cdot 2^{2024}$  și  $2025 \cdot 2^{2025}$ ?

**Problema 2.** Găsiți toate tripletele de numere reale nenule  $a, b, c$  care satisfac simultan următoarele condiții:

$$\begin{cases} \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{23}{6} \\ \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a} = \frac{25}{6} \\ a + b + c = 6 \end{cases}$$

**Problema 3.** Găsiți toate pătratele perfecte  $N$  care nu conțin cifra 0 și cu proprietatea că oricum am schimba cu locul cifrele în reprezentarea decimală a lui  $N$ , obținem un pătrat perfect.

**Problema 4.** Este dat triunghiul  $ABC$ , cu cercul circumscris lui  $\Omega$  și punctul magic  $M$  în interiorul acestuia. Punctul  $M$  are proprietatea că cercul  $\omega_A$  prin  $M$  și  $A$  tangent la  $\Omega$  intersectează  $AB$  în  $Z$  și  $AC$  în  $Y$ , cercul  $\omega_B$  prin  $M$  tangent la  $\Omega$  în  $B$  intersectează  $BC$  în  $X$  și  $AB$  în  $Z$ , iar cercul  $\omega_C$  prin  $M$  tangent la  $\Omega$  în  $C$  intersectează  $BC$  în  $X$  și  $AC$  în  $Y$ . Un alt cerc  $\omega$  e tangent interior la  $\omega_A$  și tangent exterior la  $\omega_B$  și  $\omega_C$ . Notăm punctul de tangență ale cercurilor  $\omega$  și  $\omega_A$  cu  $T$ . Arătați că cercul circumscris triunghiului  $MXT$  trece prin punctul diametral opus lui  $A$  pe  $\Omega$ .